

Enseñanza de la Estadística con sentido y en contexto a través de la resolución de problemas

*Teaching Statistics with meaning and in context through
problem solving*

Nelly A. León Gómez

Universidad Pedagógica Experimental Libertador
Instituto Pedagógico de Maturín Venezuela
nellyleong@hotmail.com

Recibido: 29 de junio de 2020

Aceptado: 24 de agosto de 2020

DOI: 10.5377/ryr.v53i53.10897



RESUMEN

En la actualidad se tiene conciencia de la necesidad de formar ciudadanos estadísticamente cultos, en el sentido de que posean las habilidades y capacidades para manejar eficiente y críticamente la información, comprender la variabilidad de los fenómenos y tomar decisiones inteligentes en situaciones cambiantes e inciertas. Esto requiere una enseñanza de la Estadística con sentido y en contexto. En este artículo iniciamos refiriéndonos a la Estadística como una herramienta para la vida, ostensible en una cultura estadística que abarca: la alfabetización, el razonamiento y el pensamiento estadístico; luego nos detenemos un poco en la conceptualización de la Educación Estadística y en los elementos clave de la enseñanza de esta disciplina, para finalmente concentrarnos en la resolución de problemas como vía para el desarrollo de una cultura estadística. Mediante ejemplos se presentan los niveles de lectura de datos de Curcio, distintos tipos de contextos como los propuestos por Díaz y Poblete y la OCDE y el ciclo investigativo Wild y Pfannkuch. Las conclusiones apuntan a reforzar la investigación sobre la preparación del docente para llevar al aula una enseñanza de la estadística contextualizada y con sentido, que realmente contribuya a la formación de ciudadanos críticos.

Palabras clave: Cultura estadística, educación estadística, resolución de problemas contextualizados, investigación estadística.

ABSTRACT

Nowadays there is an awareness of the need for statistically educated citizens, in the sense that they possess the skills and capacities to efficiently and critically handle information, understand the variability of phenomena and make intelligent decisions in uncertain situations. This requires Statistics to be taught meaningful and contextualized. In this article we begin by referring to Statistics as a tool for life and the statistical culture that every citizen should achieve; then we conceptualize Statistical Education and the key elements of teaching this discipline, to finally focus on problem solving as a way to develop a statistical literacy, reasoning and thinking. Some examples of problems concerning Curcio's reading data levels as well as different types of contexts as those proposed by Diaz and Poblete and OECD and Wild and Pfannkuch's investigative cycle, are analyzed. The conclusions aim to reinforce research on teachers preparation to bring contextualized and meaningful teaching of statistics to the classroom, in order to contribute to the formation of critical citizens

Keywords: *Statistical literacy, reasoning and thinking; statistical education, contextualized problem solving; statistical investigative process.*

A manera de Introducción: Estadística para la vida

Es usual escuchar expresiones como “Las estadísticas no son más que un montón de números” o “son solo números manipulables”. Muchas personas tienen esta percepción. Continuamente nos topamos con cifras y trabajamos con ellas. Pero, un número por sí sólo no representa un *dato*, que es lo que realmente interesa a la Estadística. Por ejemplo, si vemos el número 3, ¿Qué información nos da? Por sí solo, lo podemos tratar como un ente matemático: es un número natural, es impar, es primo, es el cuarto término de la sucesión de Fibonacci. Veamos ahora en la siguiente tabla lo que en cada caso nos indicaría el número 3:

Tabla n.º 1

Significados del número 3 en diversos contextos

Situación en que aparece el número 3	Significado del número 3 según el contexto en que aparece
3 km	Esto parece indicar una distancia, pero no tenemos suficiente información
	Con la información adicional, ya sabemos que a 3 km del sitio donde está colocado el cartel se encuentra la salida para ir a los lugares allí indicados
	Este aviso identifica el km 3 de la autopista R-2
	El cartel indica que hay que caminar 3 km para llegar a algún sitio no señalado
	En esta foto, que pudiera acompañar a un artículo de prensa, el dato 3 km no sólo señala la distancia que deben caminar los niños para poder asistir a clases sino que además puede ser un indicador de una problemática educativa

Podemos darnos cuenta que el significado del número 3 en cada caso depende del contexto, que es el que, precisamente, le da connotación de *dato*.

Es así como las estadísticas nos muestran facetas de la realidad, pero ¿están las personas preparadas para comprenderlas, interpretarlas, criticarlas, hacer un uso racional y tomar decisiones en función de

ellas? Todo esto nos lo permite la Estadística como ciencia de los datos, como propuso llamarla Jeff Wu en 1997 en su conferencia titulada “Statistics = Data Science?”, según se recoge en su biografía en www.isye.gatech.edu/~jeffwu.

Está de más decir que estamos en la era de la información y la comunicación. La información nos arropa, nos llega por multiplicidad de vías, no sólo las habituales como periódicos y revistas sino, y sobre todo, por medios virtuales a través de Internet. Solo pensemos en la cantidad de información a la que hemos estado expuestos desde que inició la pandemia por el COVID-19: datos de índole epidemiológico y sanitario como número de contagios, nuevos contagios diarios, fallecidos, recuperados, ingresados en las unidades de cuidados intensivos (UCI), personal sanitario, camas de hospitalización, camas en UCI, material sanitario, síntomas, enfermedades preexistentes; de orden sociodemográfico como edad, sexo, residencia de los contagiados y, por supuesto, información sobre variables económicas de fuerte influencia en el accionar frente a la crisis y sus consecuencias futuras.

Es como si la información nos atacara desde diferentes flancos, no siempre confiables, lo que demanda una cierta formación que nos permita procesarla exitosamente para conocer y sacar provecho de la historia y la realidad que subyace detrás de los datos.

Por eso hablamos de una *cultura estadística* que todo ciudadano debe poseer y que es preciso desarrollar a través de la Educación Estadística, con una enseñanza que privilegie la resolución de problemas contextualizados y la investigación estadística como metodologías de enseñanza. De esto trata, precisamente, este artículo.

Cultura Estadística

La Estadística, además de ser reconocida como la ciencia de los datos, también es considerada como un método fundamental de investigación y como una forma específica de pensar (Moore y Cobb, 1997). En la práctica, el sentido de la Estadística es brindar mecanismos para la comprensión de situaciones contextuales a partir de los datos que de ella se generan (Moore, *et al*, 2009; Ben-Zvi y Makar, 2016) y, consecuentemente, apoyar la toma de decisiones en entornos de incertidumbre (León, 2020)

El conocimiento de información relevante se convierte en una herramienta útil en la medida que se cuenta con conocimientos y mecanismos cognitivos que faciliten la obtención de significados a partir de los datos disponibles; para ello se requiere habilidades y actitudes para cuestionar su procedencia, comprender las formas en que son representados y procesados y las interpretaciones de los significados que se les asignan y de las conclusiones y explicaciones de las cuestiones de interés (León, 2020).

Es así como se destaca la pertinencia de una cultura estadística en los ciudadanos, derivada de los conocimientos y las formas de pensar y razonar que le permitan comprender el mundo en que vive

(Batanero, 2004, Franklin *et al*, 2005; Gal, 2002). Esta cultura se manifiesta en la alfabetización estadística (Wallman, 1993), el pensamiento estadístico (Snee, 1990; Wild y Pfannkuch, 1999) y el razonamiento estadístico (Moore y Cobb, 1997; del Mass, 2002)

La *alfabetización estadística* se concibe como la capacidad de leer, interpretar y evaluar información de la vida diaria mediante el uso del lenguaje estadístico básico y las representaciones en tablas y gráficos (Garfield, 2002; del Mass, 2002 y Chance, 2002), También incluye la comprensión de símbolos, vocabulario, conceptos estadísticos y la probabilidad como una medida de incertidumbre (Ben-Zevi y Garfield, 2004).

La lectura crítica de tablas y gráficos es uno de los indicadores de la alfabetización estadística. Curcio (1989) ha identificado diferentes niveles de lectura de gráficos, de dificultad creciente, que se irán incentivando según como se avance en los niveles educativos en que se apliquen (Díaz-Levicoy, Sepúlveda, Vásquez y Opazo; 2016):

- a. *Leer los datos*: consiste en la lectura literal de la información presente en un gráfico;
- b. *Leer dentro de los datos*: precisa escudriñar dentro del gráfico información que no se destaca a simple vista y que posiblemente requiera la realización de algunos cálculos matemáticos;
- c. *Leer más allá de los datos*: consiste en una lectura más razonada de un gráfico que lleve a la predicción de valores o tendencias, es decir, se hace una lectura de información que no está explícita en el gráfico; y
- d. *Leer detrás de los datos*: conlleva a la valoración crítica del gráfico en términos de la procedencia de los datos, la construcción del gráfico y su pertinencia según la naturaleza de los mismos. Esta última categoría fue añadida por Shaughnessy (2007)

El *razonamiento estadístico* viene a ser el tipo particular de razonamiento asociado a los conceptos estadísticos, a la habilidad de conectar diferentes ideas y conceptos estadísticos, comprender y explicar dichos procesos (Garfield y Ben-Zevi, 2008) y explicitar la obtención de un resultado, la selección de un modelo particular y la justificación de porqué éste se ajusta razonablemente a la situación estudiada (delMas, 2004).

El *pensamiento estadístico* es el tipo de pensamiento requerido para la búsqueda de solución a problemas estadísticos a través de la investigación. Implica la consideración de la naturaleza de los datos, su procedencia y su fiabilidad y la omnipresencia de la variabilidad; la selección de modelos y procedimientos adecuados para el análisis estadístico de los datos; la interpretación de los resultados según la situación contextual; y la comunicación y evaluación crítica de resultados de estudios estadísticos (Garfield y Ben-Zevi, 2008).

Wild y Pfannkuch (1999) presentan un marco para el pensamiento estadístico consistente en cuatro dimensiones:

1. *Ciclo investigativo* (PPDAC), que comprende Problema (P): planteamiento del problema y pregunta de investigación; Plan (P): planificación del diseño, recolección de datos y análisis; Datos (D): recolección, manejo y limpieza de los datos; Análisis (A): exploración de datos, análisis de los datos, enunciado y contraste de hipótesis; Conclusión (C): Interpretación, conclusión, comunicación.
2. *Tipos fundamentales de pensamiento estadístico*: a) Reconocimiento de la necesidad de los datos; b) Transnumeración, o comprensión que surge de cambiar la representación de los datos; c) Percepción de la variación; d) Razonamiento con modelos; y e) Integración de la Estadística y el contexto, como una componente esencial del pensamiento estadístico.
3. *Ciclo interrogativo* que abarca: generar, buscar, interpretar, criticar y juzgar.
4. *Disposiciones*, asociadas a las formas como los estudiantes abordan un problema estadístico como: escepticismo, imaginación, curiosidad, búsqueda de significado más profundo, ser lógico, compromiso y perseverancia.

Estas tres manifestaciones de una cultura estadística: *alfabetización, razonamiento y pensamiento estadístico* se van desarrollando progresivamente en el individuo. De allí la incorporación de la Estadística como materia de estudio desde los primeros años de escolaridad. En tal sentido, corresponde a la Educación Estadística ir preparando paulatinamente a los estudiantes a través de marcos conceptuales y formas de pensar y razonar que los habiliten para una práctica estadística hacia la comprensión del mundo actual y la toma de decisiones soportadas en datos (Wild, Utts y Horton, 2018; Estrella, 2017; León, 2020).

Educación Estadística

La educación estadística, en los tiempos actuales, debe estar orientada hacia la formación de un ciudadano estadísticamente educado. Pero, ¿Cómo podemos lograr este propósito?

En primer lugar, debemos considerar el conocimiento conceptual de la disciplina. Durante mucho tiempo se desvirtuó su significado, y aun esto ocurre; se tradujo el conocimiento estadístico como un conocimiento meramente procedimental que derivó en clases donde predominaban tareas que enfatizaban tediosos cálculos carentes de significado, restando tiempo al desarrollo del razonamiento estadístico (León, 2020). Sin embargo, en la actualidad, prevalece la tendencia internacional de ubicar ese conocimiento conceptual en un contexto académico basado en datos, que permita desplegarlo en situaciones de resolución de problemas en los cuales los estudiantes se involucran en cada una de las etapas de una investigación estadística (Batanero, Burril y Reading, 2011),

El conocimiento conceptual es necesario, pero no suficiente; requiere del acompañamiento de un componente afectivo que abarca actitudes, creencias, motivaciones y emociones, pues este incide en el aprendizaje estudiantil. Por esta razón, los educadores deben estar atentos a las reacciones de los alumnos frente a una tarea estadística (Gal y Ginburgh, 1994). Una actitud no favorable, una falsa creencia sobre la Estadística y su aprendizaje como por ejemplo el pensar que el conocimiento estadístico carece de significado más allá del aula y de aplicabilidad a la vida real, generará emociones negativas que bloquearán el aprendizaje y el razonamiento estadístico (León, 2020).

Así, es ostensible que la Estadística es vista por los estudiantes como algo difícil de aprender y sin notables aplicaciones en su cotidianidad y, por los docentes, como una materia difícil de enseñar y no imprescindible en la formación de los niños y jóvenes (Ben-Zevi y Garfield, 2004). Es claro que mucho del rechazo hacia la Estadística se debe a la forma como ésta se enseña en los diversos niveles educativos, cuestión que pasamos a analizar en el siguiente apartado.

Enseñanza de la Estadística

Desde mediados del siglo XX se comienza a introducir la Estadística y la Probabilidad en los currículos a nivel superior. En 1961 fue incorporado en el pensus de estudio de Matemática para estudiantes de 16 a 19 años en el Reino Unido (Holmes, 2002). En los años subsiguientes, a nivel internacional, casi todas las carreras universitarias contemplaban cursos de Estadística con el fin, declarado, de preparar a los estudiantes para la realización de investigaciones, más que todo enmarcadas en el método científico, o para el análisis de datos como parte de la formación del futuro profesional. No obstante, el foco de estos cursos estaba en los cálculos, con poco énfasis en cómo integrar de manera significativa los conocimientos obtenidos a las condiciones particulares de los estudios realizados (Uts, 2003). La incorporación de contenidos de Estadística en los currículos de educación media fue más tardía.

Holmes, citado por Batanero (2002), señalaba hacia 1980 la conveniencia de enseñar Estadística desde la educación primaria, argumentando que ésta es un componente fundamental en la formación de todo ciudadano que lo habilita para la lectura e interpretación crítica de tablas, gráficos y todo tipo de información estadística; es útil en las distintas materias del currículum escolar; coadyuva a desarrollar la criticidad en los estudiantes al valorar información objetiva; y además, está presente a lo largo de los estudios superiores. Esta incorporación debe hacerse de manera progresiva y siempre trabajando con datos tomados del entorno inmediato de los niños (NCTM, 2000; Common Core State Standards Initiative, 2010).

Siguiendo estas recomendaciones, con el tiempo se fue incorporando la Estadística desde los primeros niveles educativos en países de Latinoamérica. Por ejemplo, en Venezuela, los temas de Probabilidad y Estadística estuvieron reservados para la educación universitaria hasta 1972. A partir de ese año se anexan a los programas de Matemática de educación media y en 1985, se incluyen como parte del

cambio curricular en el área de Matemática en la educación básica, desde primer grado, considerándose como una de las innovaciones en cuanto a contenido (Salcedo, 2008). Al hacer esta incorporación se recomienda buscar una mejor comprensión de la Probabilidad y la Estadística, vinculando esos tópicos con el ambiente y el entorno social y escolar y partir de las experiencias de los estudiantes, con la intención de promover su participación activa en su aprendizaje. (Salcedo, 2008).

Es conocido que los contenidos de esta área en muchos países han estado ubicados en la parte final de los programas de Matemática, que de por sí son extensos; por esta razón, no se abordan en clases con la profundidad necesaria o simplemente no se enseñan. Esto se replica no sólo de Latinoamérica sino del resto del mundo (Batanero 2000, León 2020, Ruiz, 2013). Así, los temas de esta área se tratan con un enfoque inadecuado, que se aproxima más a la enseñanza del cálculo con énfasis en la aplicación de fórmulas, la elaboración manual de gráficos y tablas y la búsqueda de respuestas correctas a ejercicios descontextualizados que plantea el docente (Ben-Zevi y Garfield, 2004; Sánchez y Hoyos, 2013) y que solo lleva a los estudiantes a percibir la estadística sin mucho significado y aplicación fuera del aula (León, 2020)

En la actualidad predomina la corriente que ubica a la Estadística no como una rama de la Matemática sino como una disciplina propia que se nutre de la Matemática, pero que se diferencia de ella en cuestiones esenciales como el rol del contexto, el uso de datos y los patrones de pensamiento y razonamiento (Batanero, 2000; Burril y Biehler, 2011; delMas, 2004; Franklin *et al*, 2005; Gattuso y Ottaviani, 2008 y Scheaffer, 2006). En tal sentido, se sugiere alejar la enseñanza de la Estadística del enfoque calculista y acercarla a entornos de aprendizaje activo que involucren a los alumnos en la resolución de problemas y la ejecución de estudios estadísticos y en la interpretación de sus resultados (Azcárate y Cardeñoso, 2011; Utts, 2003), y en la comprensión de las ideas estadísticas fundamentales: datos, variación, distribución, representación, asociación y modelaje de relación entre variables y la probabilidad para el estudio de modelos en el proceso de generación de datos. (Burril y Biehler, 2011; Ponte y Noll, 2018; Shaughnessy, 2019), con miras a desarrollar la cultura estadística. Esto se puede lograr apelando a la contextualización, la participación activa de los estudiantes y el trabajo cooperativo, todo esto con el auxilio de la tecnología (León, 2020).

En actividades de esta naturaleza, el análisis de la información debe ser guiada por el docente a través de preguntas críticas como por ejemplo: ¿de dónde provienen los datos, cómo se recopilaron, se seleccionó una muestra, cómo se hizo, es representativa...?; ¿Son confiables las técnicas e instrumentos de recolección de información, son apropiados al estudio?; ¿las estadísticas presentadas son confiables?, ¿Y las técnicas de análisis empleadas?; ¿Los datos están representados adecuadamente?; ¿las interpretaciones dadas a los datos son correctas y adecuadas?; ¿las conclusiones responden a las preguntas iniciales? ...

Estas interrogantes serán respondidas en el marco contextual de la información que se está valorando. Como ya puntualizamos al inicio de este escrito, es el contexto el que aporta sentido a los datos; de aquí la pertinencia de una enseñanza contextualizada de la estadística.

La resolución de problemas en la enseñanza contextualizada de la Estadística

Así como la resolución de problemas es el corazón de la Matemática, la resolución de problemas de la vida real, contextualizados, es el objetivo principal de la Estadística (Moore y Cobb, 1997). Igual que ocurre con la Matemática, aun en los tiempos actuales, el trabajo en las clases de Estadística sigue atornillado a la realización de ejercicios, dejando de lado la resolución de verdaderos problemas. Es frecuente el tipo de tareas en las que se pide aplicar técnicas y procedimientos estadísticos sobre una serie de números que no tienen el soporte contextual para llegar a ser considerados como datos, como por ejemplo, ejercicios del tipo “*A partir de los siguientes datos: 15, 20, 18, 9 Calcular la media, la mediana y el modo*” Algunas veces se sugiere en el enunciado de la tarea que estos datos corresponden a alguna situación de la vida real en un intento de darle algún sentido a lo que se hace; entonces el enunciado anterior puede convertirse en algo así: “*Los siguientes datos corresponden a las calificaciones de los estudiantes en una prueba de Matemática. Calcular media, mediana y modo*”, pero aquí es cuestionable si esto es un problema estadístico o un simple ejercicio rutinario y si realmente está contextualizado.

Un problema lo es en la medida que tenga una exigencia cognitiva de cierto nivel para el que lo resuelve. Su solución no es obvia y requiere mucho más que la aplicación mecánica de procedimientos y algoritmos, como los que se requerirían para resolver ejercicios como el del párrafo anterior. En el marco del programa de evaluación internacional PISA (OCDE, 2013) los problemas atienden a las capacidades matemáticas fundamentales que los participantes deben poner en juego en la resolución de los mismos: comunicación; representación; formulación de estrategias; matematización; razonamiento y argumentación; uso de símbolos, lenguaje formal y técnico y operaciones; y uso de herramientas matemáticas. En este programa los contenidos matemáticos se agrupan en cuatro categorías: cantidad, cambio y relación, espacio y forma e incertidumbre y datos.

En esta última se incluyen los problemas de Estadística, los cuales exploran el logro de las capacidades que se espera desarrollar en los estudiantes, manifestadas a través de la alfabetización, el razonamiento y el pensamiento estadístico. En particular, interesan la lectura de datos en tablas y gráficos y su interpretación, los procesos de transnumeración, la percepción de la variación, el razonamiento con modelos y la comprensión de la situación contexto en la que se enuncia el problema.

Existen modelos para la resolución de problemas matemáticos entre los que destaca el de Polya, el cual comprende una serie de heurísticas implícitas en las etapas del modelo: comprensión del problema, determinación de un plan para resolverlo, aplicación de ese plan, comprobación de resultados y comunicación de la(s) solución (es).

Como ya hemos dicho, el propósito de la Estadística es la comprensión del mundo real a través de los datos, por lo tanto la resolución de problemas en esta área no vale la aplicación mecánica de técnicas y procedimientos estadísticos. Las heurísticas de Polya pueden ser empleadas en la resolución de

problemas de Estadística, pero, como lo señala Schoenfeld (1989), estas pueden ser determinantes en el aprendizaje estudiantil solo si se emplean a un nivel contextualizado; ya que un estudiante puede memorizar tales heurísticas pero no saber aplicarlas en situaciones de contexto real, sino mecánicamente a problemas rutinarios o de reproducción Santos Trigo (1997).

En el programa PISA, partiendo de un problema en contexto, su resolución abarca los procesos de formulación en términos matemáticos (o estadísticos, en el caso que nos ocupa), empleo de herramientas matemáticas (técnicas y procedimientos estadísticos) e interpretar y evaluar los resultados en contexto. (Ver gráfico 1)

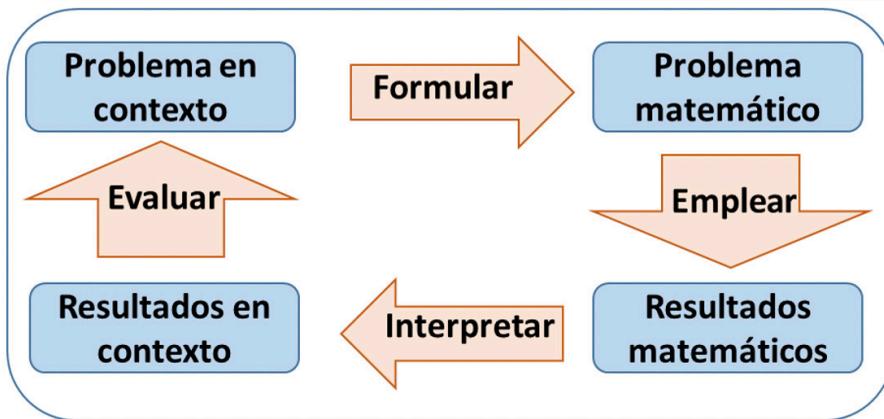


Gráfico 1: Modelo PISA de resolución de problemas (OCDE, 2013)

Al trabajar con la resolución de problemas contextualizados debe haber claridad en lo que esto realmente significa, para no caer en una pseudo-contextualización que poco aporta al desarrollo de la competencia estadística.

La pseudo-contextualización tiene que ver con el uso de datos ficticios que se convierten por obra y gracia del lenguaje en enunciados “en contexto”, como cuando, por ejemplo, se refiere a tener dos pelotas rojas y tres azules para darle contexto a la suma $2+3$.

Por eso, si la resolución de problemas no se da en escenarios contextualizados, el estudiante, aun cuando conozca métodos de resolución de problemas como los de Polya y Schoenfeld, solo podrá utilizarlos en situaciones que entran en las categorías más bajas de la clasificación de problemas según el contexto presentada en Díaz y Poblete (2007). Este esquema clasifica los problemas en: *matemáticos*, que se refieren exclusivamente a objetos matemáticos (en nuestro caso, también abarca los elementos conceptuales de la Estadística, por lo que lo llamaremos contexto *disciplinar*); *fantasiosos*, que son producto de la imaginación sin fundamento en la realidad; *realistas*, que corresponden a una simulación de la realidad que es factible de ocurrir, o “razonables, realizables o imaginables, en forma concreta”,

como señala van del Heuvel, citado por Martínez, Da Valle, Zolkower y Bressan (s/f, p. 31); y reales, que son aquellos donde lo que se plantea realmente ocurre e incitan a la acción para resolverlos. Los problemas PISA se ubican en esta última categoría, que a su vez se subdivide en contextos: *personal*, referido a situaciones que puede confrontar un individuo o un grupo de personas en la cotidianidad; *social*, enfocado en una comunidad, sea esta local, nacional o global; *ocupacional*, encauzado hacia el campo de trabajo de las personas (incluye el ámbito estudiantil); *científico*, centrado en la aplicación de la matemática (Estadística) a situaciones del mundo natural o tecnológico. (OCDE, 2013)

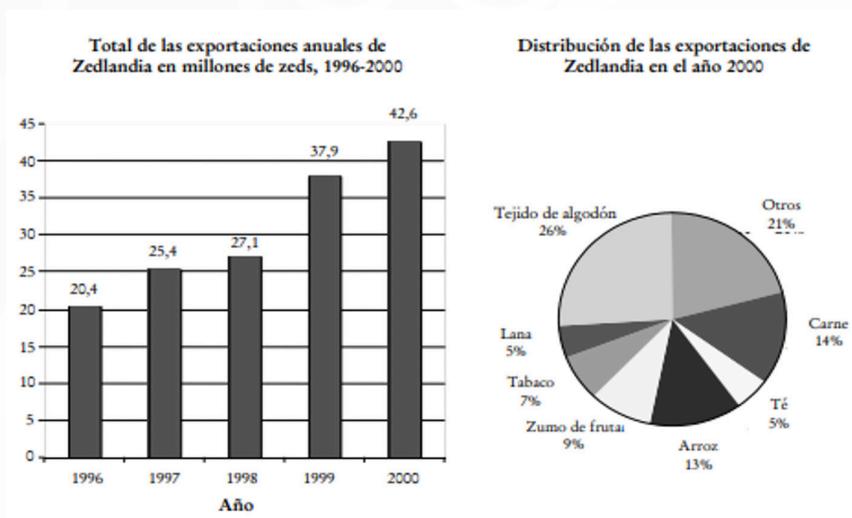
Ejemplos de problemas estadísticos

Problemas referidos a la lectura de datos según la clasificación de Curcio (1989) y Shaughnessy (2007). Como ya hemos dicho, una de las manifestaciones de la alfabetización estadística es la capacidad de leer y comprender información contenida en datos y gráficos estadísticos. Esta es una capacidad que se desarrolla paulatinamente y debe trabajarse en ellas desde los primeros niveles de escolaridad.

Los siguientes ejemplos han sido tomados de la prueba de Matemática de Pisa 2003 (INECSE, 2005)

Problema 1: Exportaciones (p. 41)

Los siguientes diagramas muestran información sobre Zedlandia, un país cuya moneda es el zed.



- ¿Cuál fue el valor total (en millones de Zeds) de las exportaciones de Zedlandia en 1998?
- ¿Cuál es el valor de las exportaciones de zumo de frutas de Zedlandia en el año 2000?

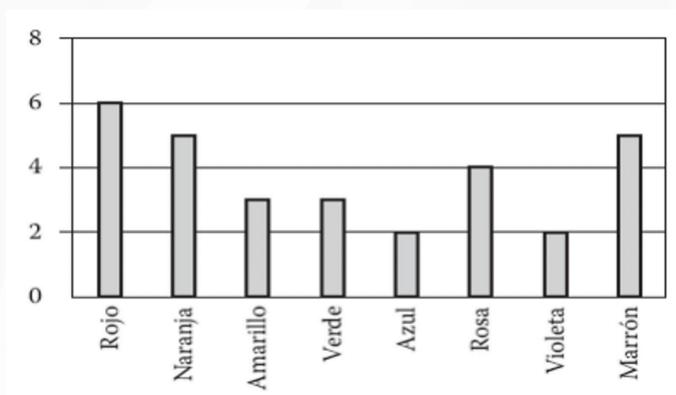
Para dar respuesta a las dos preguntas de este problema el estudiante debe estar en capacidad de leer e interpretar distintos tipos de gráficos. Aquí se presentan un gráfico de barras y uno circular o de sectores.

Para interpretar la información representada en cada una de ellos, debe saber que los datos del diagrama de barra corresponden a las exportaciones anuales totales de ese país, organizadas en el eje vertical, durante los años que van de 1996 a 2000, mostrados en el eje horizontal. Cada barra indica la exportación total en millones de zeds en un año dado y la cifra que aparece sobre la barra no es más que ese valor. En el gráfico circular se representan dichas exportaciones solo para el año 2000, clasificadas por rubro. Cada sector del gráfico corresponde a un rubro, cuyas exportaciones aparecen expresadas en forma porcentual. En cuanto a la lectura de datos según los niveles de Curcio (1989), la primera pregunta está al nivel de *leer los datos*; la respuesta 27,1 millones de Zeds se lee directamente en el gráfico de barras; basta observar la barra del año 1998 y la cantidad que sobre ella aparece. La segunda pregunta corresponde a leer dentro de los datos, pues la información que se requiere no está a la vista como en el caso anterior y hace falta realizar algunos cálculos para dar respuesta a la pregunta. En efecto, primero hay que mirar en el gráfico circular el porcentaje de las exportaciones correspondientes al rubro de zumo de frutas que es 9%; se va luego al otro gráfico y de la barra del año 2000 se toma el total de exportaciones para ese año que es 42,6 millones de zeds. A este valor se le calcula el 9% y se obtiene la respuesta a la pregunta, que es 3,8 millones de Zeds.

Los tipos de pensamiento estadístico implícitos en la formulación de este problema y en el proceso para su resolución son: *el manejo de datos*, en este caso de distinta naturaleza y expresados de diferentes maneras; la *percepción de la variación*, manifiesta en ambos gráficos en el tamaño de barras y sectores; la *transnumeración* al tener que manipular los datos originales y hacer cálculos que lleven a los valores deseados. Además, su resolución comprende los procesos de formular, emplear, interpretar, y evaluar.

Problema 2: Caramelos de colores (p. 43)

La madre de Roberto le deja coger caramelos de una bolsa. Él no puede ver los caramelos. El número de caramelos de cada color que hay en la bolsa se muestra en el gráfico.



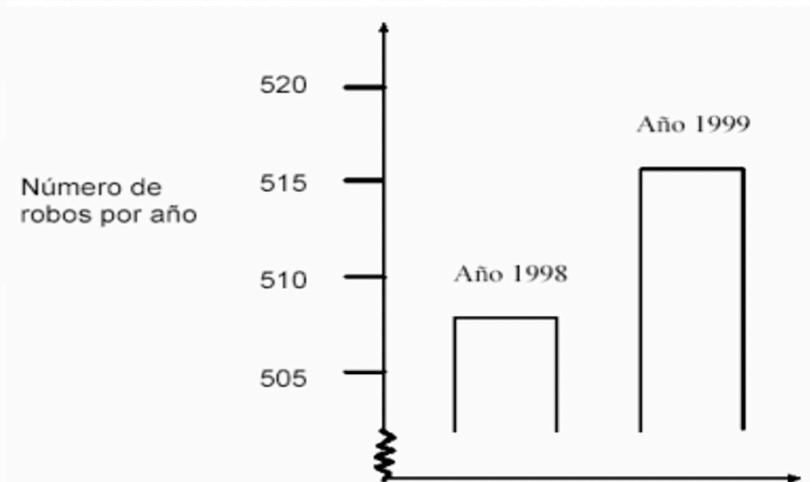
- ¿Cuántos caramelos rojos hay en la bolsa?
- ¿Cuántos caramelos hay en la bolsa?
- ¿Cuál es la probabilidad de que Roberto tome un caramelo rojo?

Lo primero a observar es que, a pesar de que los ejes no están identificados, es obvio que en el eje horizontal están representados los colores de los caramelos, mientras que los valores del eje vertical corresponden a número de caramelos.

En la pregunta a), sólo hay que *leer los datos* directamente en el gráfico para determinar que en la bolsa hay 6 caramelos rojos; en la pregunta b), hay que *leer dentro de los datos*, la respuesta no se observa inmediatamente en el gráfico sino que amerita la suma de los valores de todas las barras para determinar que en la bolsa hay 30 caramelos; mientras que en c), hay que *leer más allá* de los datos para hacer una inferencia con base en los datos mostrados en la gráfica. Si se conoce la definición clásica, fácilmente se obtiene una probabilidad igual a 0,2, o 20% si se expresa en términos porcentuales. Como vemos, se trata de un sencillo problema de reproducción o aplicación de fórmulas o procedimientos, que no por eso deja de ser válido para incentivar el pensamiento estadístico a través del manejo de datos contextualizados sobre los que se aplican ciertos procedimientos para obtener nueva información, que muestra la presencia de la variación y permite hacer inferencias informales.

Problema 3: Robos (p. 34)

Un presentador de TV mostró este gráfico y dijo: “El gráfico muestra que hay un enorme aumento del número de robos comparando 1998 con 1999”



¿Consideras que la afirmación del presentador es una interpretación razonable del gráfico?. Da un explicación que fundamente tu respuesta.

En este problema se requiere el último nivel de lectura de gráficos: leer detrás de los datos, que llevará a los estudiantes a cuestionar la elaboración del gráfico que induce al presentador a llegar a conclusiones erróneas. Aquí se espera que los estudiantes se den cuenta que al mostrar solo una parte del gráfico

visualmente se distorsiona la realidad, pues al comparar las cifras para los dos años se observa que la diferencia en el número de robos es muy pequeña; igualmente puede darse una justificación razonada en términos de porcentajes de robos. Por otra parte, en la resolución de este problema se maneja el escepticismo como una de las disposiciones del marco para el pensamiento estadístico de Wild y Pfannkuch (1999). Este escepticismo deriva del pensamiento crítico que entra en juego al leer y evaluar información estadística y que lleva a cuestionar, cuando no son muy claras, la procedencia y calidad de los datos, la construcción de tablas y gráficos y la validez y fiabilidad de los resultados y conclusiones.

Problemas según el contexto. Presentamos en este apartado una serie de problemas, algunos tomados de textos de Estadística y otros de las pruebas de Matemática del programa PISA, que permiten comprender la importancia de la contextualización de las tareas de Estadística para lograr que los estudiantes ganen en comprensión y en motivación hacia la disciplina.

Problema 4: en contexto fantasioso (Tomado de Sancho y Vilà, 2012, p. 7)

Un país ficticio está compuesto por tres autonomías. La primera (Tacanyuna) tiene dos habitantes cuyas rentas personales son 30 y 25 M (miles de euros). La segunda autonomía (Felicía) tiene tres habitantes con rentas de 45, 62 y 15 M. La tercera autonomía (Andamaría) tiene cinco habitantes con rentas de 36, 86, 43, 65 y 24.

- a. Calcular la renta per cápita de cada autonomía.
- b. Calcular la renta per cápita "Promedio" de las autonomías (use la media aritmética simple)
- c. Repetir el apartado anterior usando la media ponderada (piense cuáles son los pesos)
- d. Calcular la renta per cápita del país y compararla con los resultados de b) y c).

Este problema, aparte de presentar una situación ficticia, no es más que un ejercicio rutinario de cálculo de algunos indicadores estadísticos.

Problema 5: en contexto disciplinar (Tomado de Sánchez, 2017, p. 188)

Dos conjuntos de datos A y B tienen igual rango e igual media, pero A tiene mayor varianza que B

- a. ¿Cómo serían los gráficos de los conjuntos A y B. Represéntalos.
- b. ¿Cuáles diferencias debieran observarse entre ellos?

Este problema es más de naturaleza conceptual; implica poner en juego el razonamiento estadístico hacia la comprensión de las nociones de tendencia central y variabilidad y la relación entre ellas para un conocimiento de una situación de interés. Aquí el planteamiento es a lo interno de la Estadística, el tipo de pensamiento correspondiente a la vinculación de la Estadística y el contexto no está aquí presente, como tampoco está el reconocimiento de la necesidad de los datos. Por el contrario, el estudiante debe visualizar en su mente esos dos conjuntos de datos, ojalá referidos a situaciones cotidianas, que cumplan los requisitos del problema. El requerir la representación de esos datos imaginados y

trabajar con algunos indicadores estadísticos permite explorar los tipos de pensamiento asociados a la *transnumeración*, el *razonamiento con modelos* y, lógicamente, la *percepción de la variación* que es el punto focal de este problema. Interpretación, conexión y reflexión son procesos que se pondrán en juego a lo largo del proceso de resolución.

Problema 6: en contexto realista

Un profesor de Educación Física debe escoger a un estudiante para que represente a su colegio en una competencia de 1500 m planos. El profesor decide realizar la prueba 7 veces a los tres estudiantes más destacados (A, B y C) y tomar los tiempos de cada uno con el fin de hacer dicha selección. Los resultados en minutos fueron los siguientes:

Estudiante A	5.0	6.2	6.7	4.5	5.6	3.9	7.3
Estudiante B	6.0	5.2	6.8	5.6	4.4	7.1	4.1
Estudiante C	5.7	5.1	6.1	5.2	6.0	5.1	5.6

- Calcular la media y la desviación típica de los tiempos de cada corredor
- ¿Consideras que el promedio brinda suficiente información para escoger al estudiante más indicado, ¿Por qué?
- ¿A quién elegirías y por qué?

Este es un enunciado típico de un problema realista que usualmente se encuentra en los textos de Matemática en la unidad de Estadística. Los datos no son reales, pero son factibles de ocurrir.

Al tratar de darle un contexto a las tres series numéricas, de alguna manera se *reconoce la necesidad de los datos y la vinculación de la Estadística y el contexto* como formas de pensamiento estadístico. Además el resolutor debe tener la capacidad de lectura y comprensión de datos contenidos en tablas estadísticas; así podrá saber el tiempo que tardó cada estudiante en completar cada una de las siete pruebas, cuáles fueron sus tiempos máximos y mínimos, entre otras cosas. El inciso a) corresponde a una tarea de reproducción o cálculo de indicadores estadísticos mediante la aplicación de las fórmulas correspondientes. Primero se leen los datos directamente de la tabla siguiendo el nivel más básico de la clasificación de Curcio y luego se emplean técnicas de transnumeración para transformar esos datos originales mediante el cálculo de media y desviación típica, en búsqueda de una mayor comprensión de la situación objeto de estudio. Con esos dos valores de resumen para cada serie, deberá responder las preguntas siguientes. Al igual que en el problema anterior, en este es fundamental la comprensión de las ideas de centralidad y variación. La *percepción de la variación* como forma de pensamiento estadístico es ostensible en este problema. Para la parte c), hay que *leer más allá de los datos* haciendo un análisis razonado de los datos que conlleven a una estimación de cuál de los tres estudiantes podría tener una mejor actuación en la competencia y así poder tomar la decisión en cuanto a la selección que se debería tomar. Nuevamente la interpretación, la reflexión y el establecimiento de conexiones y relaciones son procesos que se pondrán en juego a lo largo del proceso de resolución.

Problemas en contexto real. Los siguientes problemas son tomados de las pruebas PISA

Problema 7: Basura (INECSE, 2005, p. 47)

Para hacer un trabajo en casa sobre el medio ambiente, unos estudiantes han recogido información sobre el tiempo de descomposición de varios tipos de basura que la gente desecha:

Tipos de basura	Tiempos de descomposición
Piel de plátano	1-3 años
Piel de naranja	1-3 años
Cajas de cartón	0,5 años
Chicles	20-25 años
Periódicos	Unos pocos días
Vasos de plástico	Más de 100 años

Da una razón de por qué no resulta adecuado un diagrama de barras para representar estos datos

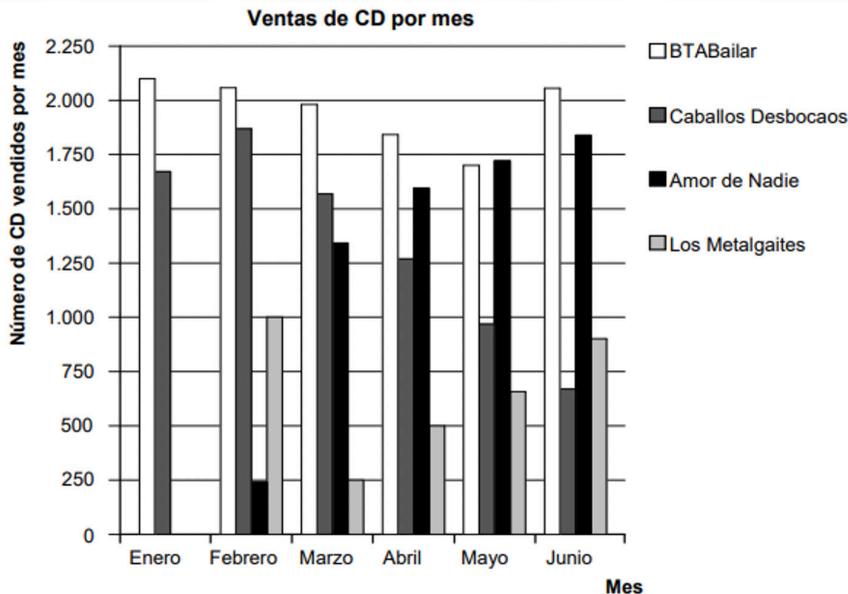
Este problema está enunciado en un contexto *científico* pues los datos recogidos en la tabla: tiempo de descomposición de diversas sustancias son de naturaleza científica. En su análisis y resolución entran en juego cuatro de los tipos fundamentales del pensamiento estadístico: reconocimiento de la necesidad de los datos, transnumeración, percepción de la variación e integración de la Estadística y el contexto.

Al estudiar los tiempos de descomposición de la basura se parte de *reconocer la necesidad de los datos*; estos ya están dados y corresponden a productos naturales o procesados; degradables o no, aun cuando esto no se señale explícitamente. Esto podría llevar a una lectura *más allá de los datos*. En consideración a la *transnumeración* está el representar los datos en un cuadro estadístico para lograr una mayor comprensión de los mismos.

La *percepción de la variación* es uno de los elementos clave para responder lo que se demanda en el enunciado. Precisamente, según los patrones de correcciones de esta pregunta en la prueba PISA, dos son las razones aceptadas para una máxima puntuación: el *amplio rango* de tiempos de descomposición para algunas categorías de basura el cual no puede mostrarse fácilmente en un gráfico de barras estándar o por la *extrema variación* de la variable en estudio (Tiempos de descomposición) que imposibilita o dificulta que en el eje de tiempo se visualicen a la vez el período más largo y los períodos más cortos (OCDE, 2013). Este problema no amerita la aplicación de fórmulas y cálculos estadísticos; por el contrario requiere procesos de interpretación, reflexión y evaluación cuidadosa de la situación estudiada. Finalmente, *la integración de la estadística y el contexto* es obvia en el enunciado.

Problema 8: Lista de éxitos (OCDE, 2013, p. 33)

Los nuevos CD de los grupos *BTA Bailar* y *Caballos Desbocaos* salieron a la venta en enero. En febrero los siguieron los CD de los grupos *Amor de Nadie* y *Los Metalgaites*. El siguiente gráfico muestra las ventas de CD de estos grupos desde enero hasta junio.



Pregunta 1: ¿Cuántos CD vendió el grupo *Los Metalgaites* en abril?

Pregunta 2: ¿En qué mes vendió por primera vez el grupo *Amor de Nadie* más CD que el grupo *Caballos Desbocaos*?

Pregunta 3: El *mánager* de *Caballos Desbocaos* está preocupado porque el número de CD que han vendido disminuyó de febrero a junio. ¿Cuál es el volumen de ventas estimado para julio si continúa la misma tendencia negativa?

Este problema corresponde a un contexto social, está referido a un tema de gran interés para los jóvenes estudiantes por lo que se presta para despertar su interés por la Estadística y para visualizar su aplicabilidad a situaciones de su cotidianidad. Es obvio, entonces, que la *Integración de la Estadística y el contexto* se pueden explorar en este problema como un componente esencial del pensamiento estadístico. Igualmente está presente la *necesidad de los datos* para la comprensión y estudio de la situación y las técnicas de *transnumeración* para presentar la información en el gráfico que ya viene dado. En este punto es bueno señalar que, por ser un problema incluido en una prueba de evaluación de conocimientos y competencias ya estén prediseñados aspectos básicos de la recolección y transformación de los datos.

La **pregunta 1** solo ocupa competencias básicas en la lectura de gráficos; en este sentido se ubica en el nivel de *leer los datos* pues solo requiere que el estudiante extraiga el valor correspondiente a la barra del grupo *Metalgaites* para el mes de abril.

La **pregunta 2** nuevamente amerita la lectura e interpretación de gráficos pero con un nivel un poco mayor de exigencia. Aquí, además de leer debe establecer comparaciones entre el número de CD vendidos por el grupo *Amor de Nadie* en cada mes para así encontrar la respuesta correcta.

La **pregunta 3** es más exigente que las anteriores; aquí se trata de hacer una estimación en función de los datos presentes en el gráfico, por lo que se tiene que leer *más allá de los datos* haciendo una extrapolación fuera del rango de tiempo en el gráfico. Si bien en los dos ítems anteriores requieren interpretación y evaluación de información estadística sin otras exigencias de realización de cálculos o el uso de técnicas estadísticas, este ítem si amerita la comprensión, selección y aplicación de procedimientos estadísticos para manipular y transformar los datos con el fin de realizar la estimación solicitada. Es evidente, entonces, la necesidad de emplear técnicas de transnumeración, como podría ser el cálculo del promedio de venta de CD del grupo *Caballos Desbocaos* que sirva de base para la estimación informal de lo que podría ocurrir en el mes de julio.

La resolución de problemas a través de la investigación estadística

Los problemas que hemos presentado hasta ahora, en su mayoría, tienen como característica común el contar con un enunciado estructurado, acompañado de un conjunto de datos ya organizados en tablas o gráficos y una serie de preguntas a responder. Son problemas que aparecen en textos escolares o en pruebas para la evaluación de conocimientos y capacidades. En este apartado analizaremos otro tipo de problemas, no estructurados, que requieren la generación de datos para luego activar el empleo de técnicas y procedimientos estadísticos para responder a ciertas preguntas de interés; es decir, son problemas que se resuelven a través de un proceso de investigación estadística.

El ciclo investigativo, como ya hemos dicho, es la primera dimensión del marco para el pensamiento estadístico propuesto por Wild y Pfannkuch (1999) y abarca las siguientes etapas: planteamiento del problema y pregunta de investigación (P); planificación del diseño para la recolección y análisis de datos (P); recolección, manejo y limpieza de los datos (D); análisis y exploración de los datos, enunciado y contraste de hipótesis (A); Interpretación, conclusión, y comunicación de resultados (C).

Según los Principios y Estándares Curriculares y el reporte GAISE, citados por Shaughnessy, Chance y Kranendonck (2017), el proceso de investigación estadística pasea a los estudiantes por cuatro etapas: formulación de una pregunta o preguntas que pueden responderse con datos; diseño y empleo de un plan para la recolección de datos; análisis y resumen de los datos; e interpretación de los resultados obtenidos a través del análisis y resolución de la pregunta con base en los datos; coincidiendo, en

esencia, con el ciclo investigativo descrito en el párrafo anterior. Como se puede ver, en ellos se enfatiza la relevancia de los datos; todo gira en torno a ellos, permitiendo potenciar el pensamiento estadístico en cada una de sus manifestaciones; en particular la vinculación de la Estadística con el entorno e imprimírle significado a los datos y al trabajo que sobre ellos se realiza para dar respuesta a una cuestión que inquieta.

La metodología por proyectos para la enseñanza de la Estadística lleva implícita la aplicación de la investigación estadística, además se basa en el principio de promover entornos de aprendizaje activo y colaborativo, en los cuales los estudiantes se involucran en actividades de búsqueda, reflexión, cuestionamiento y discusión (NCTM, 2000; Azcárate y Cardeñoso, 2011).

Estos proyectos pueden ser considerados como problemas estadísticos, pero diferentes a los que hemos analizado hasta ahora en el sentido de que corresponden a situaciones no estructuradas, como en efecto lo son los problemas de la vida cotidiana. Las preguntas de partida no están dadas sino que surgen de la discusión y el consenso entre los interesados; la forma de responderlas no está a la vista, por el contrario hay que llegar a acuerdos sobre las características del fenómeno que entrarán en consideración en la búsqueda de la solución deseada, sobre la recolección, manejo y análisis de los datos pertinentes, y sobre la interpretación y comunicación de los resultados que orientan la respuesta a la inquietud inicial.

La resolución de problemas a través de proyectos o de la investigación estadística abre la puerta hacia un mundo donde se percibe la pertinencia de la Estadística en la comprensión e interpretación de los fenómenos que allí ocurren. El énfasis ya no se pone en la aplicación de fórmulas y en la realización de cálculos exhaustivos; para esto existe la tecnología. Ahora se insiste en el razonamiento, en la comprensión y búsqueda de significados, en el desarrollo del pensamiento estadístico. El trabajo de resolución es cooperativo, se realiza con la participación de todos los estudiantes bajo la guía y orientación del docente quien a la vez aprovechará cada ocasión para institucionalizar el conocimiento estadístico que se vaya requiriendo (León, 2020).

Por ejemplo, hemos dicho anteriormente que el Problema 6 está enunciado en un contexto realista pues los datos no son reales pero son factibles de ocurrir. ¿Qué podría hacer un profesor en una clase de Estadística para trabajar con datos reales? Puede transformar el problema en un estudio estadístico a llevar a cabo como una actividad cooperativa a realizar con la participación activa de los estudiantes. El propósito sería escoger uno entre tres posibles estudiantes del salón de clase, que no se identifican como A, B y C sino que tienen nombres propios, para representar al colegio en la prueba de los 1500 m. Entre todos organizarán el proceso de selección, partiendo de la recogida de los datos. Una pregunta interesante que podría surgir aquí es por qué se debe repetir la prueba varias veces, lo que daría cabida para una discusión conceptual sobre las medidas de resumen y la noción de variabilidad. Realizadas las pruebas y registrados los tiempos de los competidores, la discusión se orientará hacia la

forma de organizar y presentar esos datos, luego se procederá a buscar respuestas a las preguntas que el profesor irá planteando, se calcularán las medidas de tendencia central y de variabilidad pertinentes y las respuestas se darán de manera consensuada con la intervención orientadora del docente. Procediendo de esta manera se logra la interacción con otras disciplinas, en este caso la Educación Física, se muestra la aplicabilidad de la Estadística a situaciones reales que ocurren fuera del aula, se motiva a los estudiantes a participar activamente en cada etapa del ciclo investigativo y a lograr aprendizajes que tengan significado para ellos.

Veamos ahora un ejemplo de un problema estadísticos resuelto con la aplicación del ciclo investigativo.

Problema 10: Aplicación para un proyecto de apoyo económico. En el artículo titulado “Enseñanza de la Estadística a través de la resolución de problema”, Espinoza, Espinoza y Chaves (2009) describen una experiencia que adaptamos en este artículo para ejemplificar la resolución de problemas a través de la investigación estadística. El enunciado del problema plantea

Una situación hipotética sobre una posible donación al colegio por parte de una organización de ayuda social. Para ser acreedores a esta donación era necesario demostrar que la institución contaba con estudiantes de buen rendimiento académico; pero, al mismo tiempo, de condición económica muy limitada (p. 686).

En este escrito hacemos una adaptación del proceso de resolución de este problema a la aplicación del ciclo investigativo PPDAC.

Problema: El docente plantea la situación a los estudiantes de un curso de octavo grado de una escuela rural en Costa Rica. Se discute sobre la conveniencia de aprovechar esta oportunidad para conseguir cierto apoyo económico para la escuela. Se destaca que hay dos requisitos que cumplir para aplicar a este programa de ayuda social: buen rendimiento académico y condiciones económicas limitadas. La pregunta es ¿Cumplimos estos requisitos en la escuela que nos permitan participar en el programa y lograr el beneficio?

Plan: En sesiones de trabajo en el aula se planificó la recolección y procesamiento de los datos. Primeramente se discutió sobre qué información hacía falta y dónde y cómo recolectarla. Se determinó que se requerían datos sobre dos variables: rendimiento estudiantil y condiciones socio-económicas. ¿Cómo recolectar los datos?: Seleccionar tres secciones de clase de la escuela como muestra para el estudio; elaborar un cuestionario y aplicarlo a las familias de los estudiantes seleccionados para recopilar datos sobre su condición económica y consulta sobre el rendimiento estudiantil en las oficinas administrativas de la institución. ¿Cómo analizar los datos?: organización de la información proveniente de los cuestionarios en cuadros, tablas de distribución de frecuencia y gráficos; cálculo de porcentajes y medidas de resumen como moda, mediana y media, cuando fuera pertinente. Con base

en la información recopilada se elaboraría un informe que sustentara la pertinencia de la aplicación al programa de ayuda social.

Datos: Bajo la asesoría de la maestra, a través de la discusión grupal, se procedió a elaborar el cuestionario: se decidió cuales indicadores socio-económicos considerar (ingreso familiar, número de miembros de la familia, tenencia de la vivienda, nivel educativo de los padres, etc), se redactaron los ítems y se imprimieron los cuestionarios. Igualmente se acordó solicitar la información sobre el rendimiento estudiantil en la oficina de control de estudios. Un grupo de estudiantes se encargó de la aplicación de los cuestionarios visitando las residencias de los estudiantes de la muestra y otro grupo recopiló los datos académicos de dichos estudiantes.

Análisis: Un grupo de estudiantes trabajó con los datos socio-económicos: con la asesoría de la docente construyeron cuadros o tablas de frecuencia para los diversos ítems según la naturaleza de las variables correspondientes, además elaboraron algunos gráficos de barra y de sectores que permitieran visualizar más fácilmente la información. Para algunas variables como ingreso familiar se calculó el promedio además de algunos percentiles; en otros casos se determinó el modo como para el número de miembros de la familia. Todo este trabajo se realizó manualmente ante la falta de equipos tecnológicos. Otro grupo de estudiantes resumió los datos sobre el rendimiento estudiantil a través de promedios globales y por asignaturas. Posteriormente se realizó una jornada de discusión sobre los hallazgos de la investigación en cuanto al cumplimiento de las condiciones exigidas por la organización para el otorgamiento de la ayuda social y se consideró positiva la aplicación a dicho programa.

Conclusión: Finalmente se elaboró un informe que resumía las principales características requeridas sobre los estudiantes involucrados en el estudio.

Es de hacer notar que este es un problema abierto, no estructurado, que no amerita una respuesta precisa o numérica, sino una argumentación basada en datos. Su resolución se lleva a cabo de manera participativa y colaborativa entre los estudiantes. El papel del docente no es directivo ni impositivo, sino más bien de orientación y de búsqueda de consenso; en todo momento el profesor apoyó a los estudiantes en las diversas tareas a realizar, especialmente en la redacción del documento ante las fallas y falta de experiencia de los estudiantes (Espinoza, Espinoza y Chaves, 2009). Cada etapa del proceso de resolución es una oportunidad para desarrollar la alfabetización, el razonamiento y el pensamiento estadístico, pero esto en buena parte depende de la formación del docente para conducir la enseñanza de la Estadística a través de la investigación (Burgess, 2008; Makar y Fielding-Wells, 2011).

A manera de cierre: Cambiar para transformar

Mucho se ha escrito sobre el papel de la Estadística en la formación de un ciudadano crítico que maneje eficientemente información y datos para la comprensión de la realidad que lo circunda

y para la toma de decisiones acertadas en situaciones de su cotidianidad. Para lograr esto, se ha hablado de mutar de la enseñanza tradicional centrada en cálculos y procedimientos para pasar a otra en el contexto de los datos enfocada en promover la alfabetización, el razonamiento y el pensamiento estadísticos. Se ha mostrado a través de la investigación las bondades del uso de metodologías activas con énfasis en la resolución de problemas y los estudios estadísticos con el apoyo de la tecnología. Incluso, se han introducido cambios en el currículo para darle mayor presencia a la Estadística y orientar su enseñanza acorde a los anteriores principios. Sin embargo, son pocos los países donde se reporta una verdadera transformación en la enseñanza de la disciplina y en la formación de un ciudadano estadísticamente culto. En nuestra región latinoamericana se han producido algunos cambios curriculares pero no se ha llegado a la meta deseada, ni siquiera en países donde se ha llevado a cabo una profunda transformación de la Educación Matemática, como en Costa Rica donde se ha adoptado el principio de la contextualización activa (Ruiz, 2013), o en Venezuela con el trabajo con proyectos (León, 2020). Esto amerita investigar en profundidad lo que ocurre en la propia institución escolar, al interior del aula, y sobre todo la preparación del docente para manejar estas nuevas formas de enseñanza y su motivación y disposición para hacerlo. Preciso es cambiar pero con la intencionalidad de verdaderamente transformar.

Referencias

- Azcárate, P. y Cardeñoso, J.M. (2011). La enseñanza de la Estadística a través de escenarios: implicaciones en el desarrollo profesional. *Bolema*, Rio Claro (SP), 24 (40), 789-810.
- Batanero, C. (2000). ¿Hacia dónde va la educación estadística? *Blaix*, 15, 2-13.
- Batanero, C. (2002). *Presente y futuro de la Educación Estadística*. [En línea]. Recuperado Enero 25, 2020 de [www.researchgate.net > publication > 256296106 Presente y Futuro d...](http://www.researchgate.net/publication/256296106_Presente_y_Futuro_d...)
- Batanero, C. (2004). Los retos de la cultura estadística. *Yupana*, 1(1), 27-37.
- Batanero, C.; Burril, G. y Reading, C. (Eds.) (2011). *Teaching Statistics in school Mathematics – Challenges for teaching and teacher education*. New York: Springer.
- Ben-Zevi, D. y Garfield, J. (2004). Statistical literacy, reasoning, and thinking: goals, definitions, and challenges. En D. Ben-Zevi y J. Garfield (Eds.) *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 3-15). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer
- Ben-Zvi, D., y Makar, K. (2016). *The teaching and learning of Statistics. International perspectives*. Switzerland: Springer International Publishing.

Burgess, T. (2008). Teacher knowledge of and for Statistical investigation. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading, C., y A. Rossman, (Eds.), *Joint ICMI/LASE Study: Teaching Statistics in school Mathematics. Challenges for teaching and teacher education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 LASE Round Table Conference*. (pp. 259-270). Monterrey: ICME/IASE.

Burril, G. y Bielher, R. (2011). Fundamental statistical ideas in the school curriculum and in training teachers. En C. Batanero, G. Burril, C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in school Mathematics – Challenges for teaching and teacher education* (pp. 57-69). New York: Springer.

Chance, B. L. (2002). Components of statistical thinking and implications for instruction and assessment. *Journal of Statistics Education* [En línea], 10(3). Recuperado Enero 15, 2020 de <http://www.amstat.org/publications/jse/>

Common Core State Standards Initiative (2010), Common Core State Standards for Mathematics. [En línea]. Recuperado Febrero 15, 2020 de www.pisaparacentroseducativos.es > pdf > [Items liberad...](#)

Curcio, F. (1989). *Developing graph comprehension*, Reston: NCTN

delMas, R. (2002). Statistical literacy, reasoning, and learning: A commentary. *Journal of Statistics Education* [En línea], 10(3). Recuperado Enero 15, 2020, de <http://www.amstat.org/publications/jse/>

delMas, R. (2004). A comparison of mathematical and statistical reasoning. En D. Ben-Zevi y J. Garfield (Eds.), *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking* (pp. 79-95). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Press.

Díaz, D. y Sánchez, J. (2011). Aplicando Estadística en problemas actuales. *Revista Premisa*, 51, 37-48.

Díaz-Levicoy, D.; Sepúlveda, A.; Vásquez, C. y Opazo, M. (2016). Lectura de tablas por futuros maestros de educación infantil. *Educação Matemática Pesquisa*. 18(3), 1099-1115.

Díaz, M. y Poblete, A. (2007). Competencias en profesores de matemática y estrategia didáctica en contextos de reforma educativa. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 68, pp. 32-44.

Espinoza, Jonathan, Espinoza, Joan. y Chaves, E. (2009). Enseñanza de la Estadística por medio de la resolución de problemas. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. 22, 683-691.

Estrella, S. (2017). Enseñar Estadística para alfabetizar estadísticamente y desarrollar el razonamiento estadístico. En A. Salcedo, *Alternativas pedagógicas para la Educación Matemática del Siglo XXI* (pp. 173-194). Caracas: Centro de Investigaciones Educativas, Escuela de Educación. Universidad Central de Venezuela.

Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M. y Scheaffer, R. (2005). *Lineamientos para la evaluación y enseñanza en Educación Estadística. Proyecto GAISE. Un marco para el currículo de Pre-K-12*. Alexandria, VA: American Statistic Association.

Gal, I (2002). Adult's statistical literacy. Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.

Gal I. y Ginsburg, L. (1994). The role of beliefs and attitudes in learning statistics: towards an assesment framework. *Journal of Statistics Education*, 2(2) (<http://www.amstat.org/publications/jse/v2n2/gal.html>).

Garfield, J. (2002). The challenge of developing statistical reasoning. *Journal of Statistics Education* [En línea], 10(3). Recuperado Enero 15, 2020, de <http://www.amstat.org/publications/jse/>

Garfield, J. y Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students' statistical reasoning: Connecting research and teaching practice*. Dordrecht, The Netherlands: Springer

Gattuso, L. y Ottaviani, M. (2008). Complementing mathematics and statistical thinking in school mathematics. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading, C., y A. Rossman, (Eds.). *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in school Mathematics. Challenges for teaching and teacher education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*, (pp. 121-132). Monterrey: ICMI/IASE.

Holmes, P. (2002). Some lessons to be learnt from curriculum developments in statistics. [En línea]. Recuperado Nov. 20, 2019 de [iase-web.org › icots6 › 2d6_holm](http://iase-web.org/icsots6/2d6_holm).

Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo (INECSE) (2005). *PISA 2003. Pruebas de Matemáticas y solución de problemas*. [En línea] Recuperado Junio 10, 2020 de www.pisaparacentroseducativos.es › pdf › Items liberad...

León, N. (2020). Alcances de la enseñanza de la Estadística a través de la Investigación en la Educación Media en Venezuela. *Revista Paradigma (Edición Cuadragésimo Aniversario: 1980-2020)*, Vol. XLI, 657-684.

Makar, K., y Fielding-Wells, J. (2011). Teaching teachers to teach statistical investigations. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics - Challenges for teaching and teacher education: a joint ICMI/IASE study: the 18th ICMI study* (pp. 347-358). Dordrecht: Springer.

Martínez, M; Da Valle, N.; Zolkower, B. y Bressan, A (s/f). Los contextos realistas en la resolución de problemas de Matemática. Una experiencia para capacitadores, docentes y alumnos. [En línea]. Recuperado Marzo 28, 2018 de www.soarem.org.ar/Documents/24%20Martinez.pdf.

Moore, D., McCabe, G. y Craig, B. (2009). *Introduction to the practice of Statistics*. Sixth edition. New York: W.H. Freeman and Company.

Moore, D. y Cobb, G. (1997). Mathematics, Statistics, and Teaching. *American Mathematical Monthly*, 104, 801–823.

Naciones Unidas Comisión Económica para Europa (2012) *Cómo hacer comprensibles los datos Parte 4. Una guía para mejorar la cultura estadística*. [En línea]. Recuperado Enero 25, 2020 de [www.unece.org > DAM > stats > documents > writing](http://www.unece.org/DAM/stats/documents/writing)

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author. [En línea]. Recuperado Enero 25, 2020 de <http://standards.nctm.org/>

OCDE (2013). PISA 2015 *Draft mathematics framework*. [En línea]. Recuperado Junio 05, 2020 de [www.oecd.org > pisa > pisaproducts](http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts)

Pfannkuch, M. y Wild, C. (2004). Towards an understanding of statistical thinking. En D. Ben-Zevi y J. Garfield (Eds.) *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp.17-46). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer

Ponte, J. y Noll, J. (2018). Building Capacity in Statistics Teacher. En D. Ben-Zv, K. Makar y J. Garfield. (Eds.), *International Handbook of Research in Statistics Education*. (pp. 433-455). Springer International Publishing.

Ruiz, A. (2013). Primera parte. La Educación Matemática en Costa Rica: antes de la reforma *Cuadernos de Investigación y Educación Matemática. La reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*, Año 8 , Número especial.

Salcedo, A. (2008). Educación Estadística en Venezuela. El caso de la Educación Básica y Media, ¿Formando una cultura estadística?. *Ciencias económicas. Revista de la Facultad de Ciencias Económicas*. Universidad Nacional del Litoral, Argentina, 6(02), 47 – 65

Sánchez, E. y Hoyos, V. (2013). La Estadística y la propuesta de un currículo por competencias. En A. Salcedo (Ed.) *La Educación Estadística en América Latina. Tendencias y perspectivas*. (pp. 211 – 227). Programa de Cooperación Interfacultades. Universidad Central de Venezuela.

Sancho, F. y Vilà, X. (2012). 100 ejercicios resueltos de estadística básica para economía y empresa. Serve de Publicacions Universitat Autònoma de Barcelona: España. Disponible em publicacions.uab.es/pdf_llibres/mat0233.pdf.

Santos Trigo, L. (1997). Principios y métodos em la resolución de problemas em el aprendizaje de la Matemática. México: Grupo Editorial Iberoamericana.

Scheaffer, R. (2006). *Statistics and mathematics: On making a happy marriage. En G. Burrill (Ed.) NCTM 2006 Yearbook: Thinking and reasoning with data and chance* (pp. 309-321). Reston, VA: NCTM.

Schoenfeld, A. (1989). Exploration of sudent's mathematical beliefs and behavior. *Journal of research in Mathematics Education*, 20, 338-350.

Shaughnessy, J. (2007). Research on statistics learning and reasoning. En F. Lester (Ed.) *Second handbook on research on the teaching and learning of mathematics* (Vol. 2, pp957-1009). Charlotte, NC: Information Age Publishing and National Council of Teachers of Mathematics.

Shaughnessy, J. (2019). Recommendations about the Big Ideas in Statistics Education: A retrospective from curriculum and research. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, N° 18, 44-58.

Snee, R. (1990). Statistical thinking and its contribution to quality. *American Statistician*, 44(2), 116-121.

Utts, J. (2003). What educated citizens should know about Statistics and Probability? *The American Statistician*, 57(2), 74-79.

Wallman, K. (1993). Enhancing Statistical Literacy: enriching our society, *Journal of the American Statistical Association*, 88(421), 1-8.

Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry (with discussion). *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.

Wild, C., Utts, J. y Horton, N. (2018). Why Statistics?. En D. Ben-Zvi , K. Makar and J. Garfield (Eds.) *International Handbook of Research in Statistics Education*, (pp. 5-36). Springer International Publishing.